

# Применение компьютерного моделирования при решении задачи целочисленного программирования

Г.Н. Асланова, e-mail: gu\_la\_ga@mail.ru<sup>1</sup>

Дагестанский государственный университет народного хозяйства

**Аннотация.** *Компьютерное моделирование является инструментом экономико-математического моделирования и используется во многих отраслях науки и техники. Немаловажным является применение компьютерного моделирования в экономике, где возможность использования эксперимента сведена к минимуму. В статье рассматривается применение компьютерного моделирования при решении оптимизационной задачи целочисленного программирования.*

**Ключевые слова:** *линейное программирование, целочисленное программирование, оптимизация, табличный процессор, модель, моделирование.*

## Введение

На сегодняшний день существует огромное количество компьютерных, математических, словесных и других моделей практически в любой области экономики. Классическими моделями математической экономики являются следующие: модель Кейнса, модель расширяющейся экономики Д. фон Неймана, модель межотраслевого баланса В. Леонтьева, модель оптимального планирования Л. Канторовича, модель равновесия Вальраса, модель конкурентной экономики Эрроу-Дебре.

Широкое распространение получили следующие модели: задача линейного программирования, транспортная задача, межотраслевой баланс, нахождение критического пути в сети и другие. Данные модели, несмотря на свою относительную простоту, отражают основные особенности исследуемого процесса, а результаты их анализа интерпретируемы. Они широко используются как на практике, так и в теоретических исследованиях. В перечисленных моделях дается определенная исходная информация и решение производится по заданному алгоритму. Поэтому такие модели могут быть использованы для получения механизмов развития сложных процессов и возможных изменений.

## **1. Преимущества компьютерного моделирования**

Можно с уверенностью сказать, что компьютерное моделирование становится новым инструментом, методом научного познания, новой технологией в связи с тем, что возрастает необходимость перехода от исследования относительно простых линейных математических моделей систем к исследованию сложных и нелинейных моделей, анализ которых значительно сложнее. Проще говоря, наши знания об окружающем мире – линейны и детерминированы, в то время как процессы в окружающем мире – нелинейны и стохастичны.

Ценность компьютерного моделирования заключается в том, что оно позволяет построить математическую аналитическую модель, трудоемкую для исследования.

Немаловажным преимуществом компьютерного моделирования является следующее: оно дает возможность учитывать большое количество переменных, предсказывать развитие нелинейных процессов, позволяет определить управляющие воздействия, приводящие к наиболее благоприятному исходу событий.

Одной из главных задач компьютерного моделирования является построение информационной модели объекта. Выбор самой модели является очень сложным процессом. Задачи оптимизации являются одним из самых интересных разделов компьютерного моделирования. Под оптимизацией следует понимать целенаправленную деятельность, заключающуюся в получении наилучших результатов из множества возможных при заданных условиях. Существует целый ряд оптимизационных задач: задача линейного программирования, задача нелинейного программирования, задача целочисленного программирования.

## **2. Применение компьютерного моделирования при решении оптимизационной задачи целочисленного программирования**

Рассмотрим пример применения компьютерного моделирования при решении оптимизационной задачи целочисленного программирования. Целочисленная линейная модель относится к задаче линейного программирования, в которой хотя бы на одну переменную налагается условие целочисленности.

Некая фабрика игрушек выпускает три вида игрушек: модель 1, модель 2 и модель 3. При сборке каждого вида игрушек используются три типа операции: операция 1, операция 2 и операция 3. Ежедневный фонд рабочего времени на выполнение каждой операции ограничен величинами 490, 500 и 580 минут. Доход на игрушку каждого составляет соответственно 85, 100 и 125 руб. Время выполнения каждой операции в минутах, необходимое для сборки одной игрушки, показано в таблице 1.

Таблица 1

*Время выполнения операций*

| Виды операций | Модель 1 | Модель 2 | Модель 3 |
|---------------|----------|----------|----------|
| Операция 1    | 2        | 3        | 3        |
| Операция 2    | 3        | 2        | 5        |
| Операция 3    | 4        | 2        | 6        |

В настоящее время ежедневно собирается 50 шт. моделей 1, 100 шт. моделей 2 и 30 шт. моделей 3 при общей доходности 18 тыс. руб. в день. Руководство фабрики решило добавить на этот сборочный участок производство новой игрушки, модель 4, доходность которой прогнозируется на уровне 150 руб. Каждая модель 4 требует 3,4 и 3 минут выполнения операций трех видов. Фонд рабочего времени участка при этом остается неизменным. Надо определить, выгодно ли фабрике начинать производство новых игрушек. Данная задача относится к задаче целочисленного программирования, так как изготавливается целое число игрушек.

Составим математическую модель на основании вышеперечисленных данных. Введем обозначения: обозначим через  $x_1, x_2, x_3, x_4$  количество игрушек каждого типа, производимых за смену. Построим целевую функцию (1), которая определяет общую доходность:

$$Z = 85x_1 + 100x_2 + 125x_3 + 150x_4 \quad (1)$$

Эту функцию необходимо максимизировать. Далее строим ограничения фонда рабочего времени по каждому типу операций:

Ограничение по операции 1:

$$2x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 \leq 490 \quad (2)$$

Ограничение по операции 2:

$$3x_1 + 2x_2 + 5x_3 + 4x_4 \leq 500 \quad (3)$$

Ограничение по операции 3:

$$4x_1 + 2x_2 + 6x_3 + 3x_4 \leq 580 \quad (4)$$

Также необходимо добавить условие неотрицательности переменных и условие целочисленности:

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 \geq 0, x_4 \geq 0 \quad (5)$$

$x_1, x_2, x_3, x_4$  являются целыми числами.

Задача (1) - (5) является экономико-математической моделью целочисленной задачи линейного программирования. Найдем решение в табличном процессоре. Введем исходную информацию как показано на рисунке 1. Ввод ограничений задачи показан на рисунке 2. Решение задачи (нахождение производственного плана для фабрики игрушек) представлено на рисунке 3.

|    | A                  | B  | C   | D   | E   | F  | G                | H   |
|----|--------------------|--|-----|-----|-----|----|------------------|-----|
| 1  |                    | <b>производственный план для фабрики игрушек</b> |     |     |     |    |                  |     |
| 2  |                    |  |     |     |     |    |                  |     |
| 3  |                    | x1   | x2  | x3  | x4  |    |                  |     |
| 4  |                    |  |     |     |     |    |                  |     |
| 5  |                    |  |     |     |     |    |                  |     |
| 6  |                    |  |     |     |     |    |                  |     |
| 7  |                    | коэф целевой функции                             |     |     |     |    | значение цел фун |     |
| 8  |                    | 85   | 100 | 125 | 150 |    |                  |     |
| 9  |                    |  |     |     |     |    |                  |     |
| 10 | ограничения        |  |     |     |     |    |                  |     |
| 11 | время 1-й операции | 2  | 3   | 3   | 3   | <= |                  | 490 |
| 12 | время 2-й операции | 3  | 2   | 5   | 4   | <= |                  | 500 |
| 13 | время 3-й операции | 4  | 2   | 6   | 3   | <= |                  | 580 |
| 14 |                    |  |     |     |     |    |                  |     |

Рис. 1. Ввод исходных данных модели в табличный процессор

В таблице 2 представлены формулы, используемые в табличной модели.

Таблица 2

Формулы, используемые в табличной модели

| Ячейка     | Формула                            |
|------------|------------------------------------|
| Ячейка F8  | =СУММПРОИЗВ(B4:E4;B8:E8)           |
| Ячейка F11 | =СУММПРОИЗВ(\$B\$4:\$E\$4;B11:E11) |
| Ячейка F12 | =СУММПРОИЗВ(\$B\$4:\$E\$4;B12:E12) |
| Ячейка F13 | =СУММПРОИЗВ(\$B\$4:\$E\$4;B13:E13) |

|    |   |     |     |     |                  |          |
|----|---|-----|-----|-----|------------------|----------|
| 1  | производственный план для фабрики игрушек |     |     |     |                  |          |
| 2  |   |     |     |     |                  |          |
| 3  | x1  | x2  | x3  | x4  |                  |          |
| 4  |   |     |     |     |                  |          |
| 5  |   |     |     |     |                  |          |
| 6  |   |     |     |     |                  |          |
| 7  | коэф целевой функции                      |     |     |     | значение цел фун |          |
| 8  | 85  | 100 | 125 | 150 | 0                |          |
| 9  |   |     |     |     |                  |          |
| 10 | ограничения                               |     |     |     |                  |          |
| 11 | время 1-й операции                        | 2   | 3   | 3   | 3                | 0 <= 490 |
| 12 | время 2-й операции                        | 3   | 2   | 5   | 4                | 0 <= 500 |
| 13 | время 3-й операции                        | 4   | 2   | 6   | 3                | 0 <= 580 |
| 14 |   |     |     |     |                  |          |
| 15 |   |     |     |     |                  |          |
| 16 |   |     |     |     |                  |          |
| 17 |   |     |     |     |                  |          |
| 18 |   |     |     |     |                  |          |
| 19 |   |     |     |     |                  |          |
| 20 |   |     |     |     |                  |          |
| 21 |   |     |     |     |                  |          |
| 22 |   |     |     |     |                  |          |

Додати обмеження

Посидання на клітинку:  Обмеження:

OK    Додати    Скасувати

Рис. 2. Ввод ограничений задачи

|   |                      |     |     |     |                  |            |  |
|---|----------------------|-----|-----|-----|------------------|------------|--|
| производственный план для фабрики игрушек |                      |     |     |     |                  |            |  |
|   | x1                   | x2  | x3  | x4  |                  |            |  |
|   | 0    76    0    87   |     |     |     |                  |            |  |
|   |                      |     |     |     |                  |            |  |
|   | коэф целевой функции |     |     |     | значение цел фун |            |  |
|   | 85                   | 100 | 125 | 150 | 21139            |            |  |
|   |                      |     |     |     |                  |            |  |
|   | ограничения          |     |     |     |                  |            |  |
|   | время 1-й операции   | 2   | 3   | 3   | 3                | 489 <= 490 |  |
|   | время 2-й операции   | 3   | 2   | 5   | 4                | 500 <= 500 |  |
|   | время 3-й операции   | 4   | 2   | 6   | 3                | 0 <= 580   |  |

Рис. 3. Решение целочисленной модели

## **Заключение**

В результате решения задачи целочисленного программирования было определено, что оптимальным будет производство игрушек второго и четвертого (нового) вида, причем выгоднее производить игрушки нового вида в количестве 87 штук; игрушек второго вида будет производиться 76 штук. Максимальная прибыль при этом будет составлять 21139 руб.

## **Список литературы**

1. Асланова Г.Н. Компьютерное моделирование как инструмент принятия решений // Международный академический вестник. - 2019. - №10. - С. 157-159
2. Асланова Г.Н. Преимущества и недостатки применения информационных технологий в образовании//Информатика: проблемы, методы, технологии: материалы XX Международной научно-методической конференции (Воронеж, 13-14 февраля 2020 год). – Воронеж, 2020. – С.2033-2038
3. Афанасьев, М.Ю. Прикладные задачи исследования операций: Учебное пособие / М.Ю. Афанасьев, В.М. Матюшок, К.А. Багриновский. - М.: Инфра-М, 2018. - 672 с.
4. Дубинина А.Г., Орлова С.С. Excel для экономистов и менеджеров. – СПб.:Питер, 2004. – 295с.
5. Минько А.А. Принятие решений с помощью Excel/А.А. Минько.-М.:Эксмо,2007 . – 240 с.
6. Просветов, Г. И. Анализ данных с помощью Excel. Задачи и решения / Г.И. Просветов. - М.: Альфа-пресс, 2013. - 160 с.
7. Черноруцкий, И.Г. Методы оптимизации. Компьютерные технологии / И.Г. Черноруцкий. - СПб.: ВHV, 2011. - 384 с.